

Notas de Clase.

Fuerza de rozamiento: no infringir la segunda ley de la termodinámica

J. Güémez

Departamento de Física Aplicada. Universidad de Cantabria

13 de julio de 2020

Resumen La fuerza de rozamiento, debido a su descripción fenomenológica, se integra mal en cualquier formalismo de la mecánica. Un concepto problemático es el de ‘trabajo de rozamiento’. En este artículo se describe un proceso en el que un bloque se desplaza por un plano horizontal con rozamiento, utilizando el formalismo lagrangiano-hamiltoniano y la primera ley de la termodinámica, y se demuestra que la asignación de trabajo de configuración a la fuerza de rozamiento que se establece entre un bloque finito y un cuerpo infinito (suelo, atmósfera, por ejemplo) viola, **no la primera ley de la termodinámica sino**, la segunda ley de la termodinámica. Las fuerzas de restricción y las fuerzas de fricción estática, están sometidas a la misma condición.

Abstract. The frictional force hardly integrates into any formalism of mechanics, due to its phenomenological description. A problematic concept is that of ‘frictional-work’. This article describes a process in which a block moves along a horizontal surface with friction, by using the Lagrangian-Hamiltonian formalism and the first law of thermodynamics. We show that configuration work assignment for a frictional force established between a finite block and an infinite body (the ground, the atmosphere, for example), violates (not the first law but) thermodynamics second law. Restriction forces and static friction forces are subjected to the same condition.

Introducción. La fuerza de rozamiento juega un papel esencial en la enseñanza de la física [1]. Fuerza ubicua, aparece en procesos naturales con partes móviles, por lo que se considera ya en las primeras clases de física [2]. Por su carácter de fuerza no conservativa, su descripción fenomenológica se basa en consideraciones mesoscópicas [3] (comportamiento de las asperitas o asperezas entre superficies) o microscópicas (interacciones electrostáticas, elásticas, por ejemplo, entre puntos en contacto de dos superficies), por lo que son difíciles de integrar en cualquier for-

malismo de la mecánica [4]. Un tema de mecánica en el que aparecen dificultades de interpretación es el de ‘trabajo de rozamiento’ [5].

La descripción termodinámica de procesos con rozamiento, considerados puramente mecánicos, ayuda a entender la física subyacente [6]. La termodinámica obtiene resultados sin necesidad de conocer los aspectos microscópicos de un proceso [7]. La aplicación de las leyes de la termodinámica a un proceso con rozamiento complementa y completa la descripción mecánica del mismo [8].

Esta nota está organizada de la siguiente manera. Primero se analiza el papel de las fuerzas electrostáticas que se establecen entre dos cuerpos de masa finita. A continuación se describen las leyes de Newton (segunda ley de Newton y relación dinámica complementaria) y la primera ley de la termodinámica cuando se aplican a sistemas extensos. Se define propiamente la fuerza de rozamiento cuando en el proceso interviene un cuerpo de masa infinita y se obtienen las ecuaciones mecánicas y termodinámicas para el proceso de arrastre de un bloque sobre un suelo con rozamiento. La aplicación del formalismo lagrangiano a ese proceso permite poner de manifiesto las diferencias entre las fuerzas conservativas y las no conservativas. Se obtiene a continuación la relación de evolución temporal que relaciona la evolución en el tiempo del hamiltoniano del sistema con la evolución temporal del incremento de entropía del universo para el proceso. A la luz de esta ecuación de evolución temporal se discute la violación de la segunda ley de la termodinámica si a una fuerza de rozamiento se le asocia trabajo de configuración.

Dos bloques finitos. Fuerzas electrostáticas. La Fig. 1 muestra un esquema de un proceso en el que un bloque 1, de masa m_1 se coloca, con velocidad inicial v_0 , sobre otro bloque 2 (sin rozamiento con el suelo), de masa m_2 . Las diversas situaciones se van a analizar aplicando la segunda ley de Newton a cada uno de los bloques.

El bloque 1 aplica la fuerza $F_{1/2}$ sobre el bloque 2, y, por la tercera ley de Newton, el 2 la fuerza $F_{2/1} = F_{1/2}$ sobre el 1. La fuerza $F_{1/2}$ es una fuerza no conservativa. Para el bloque 2, sin rozamiento con el suelo, se tienen las ecuaciones (segunda ley de Newton)

$$m_2 dv_2 = F_{1/2} dt \rightarrow m_2 v_f = F_{1/2} t_f, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_2 dv_2^2 = F_{1/2} ds_2 \rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_f^2 = F_{1/2} s_2. \quad (2)$$

En la ec. (1), t_f es el tiempo empleado en que ambos bloques alcancen la misma velocidad final v_f . En la ec. (2), s_2 es el desplazamiento del centro-de-masas del bloque 2 hasta alcanzar la velocidad v_f . Si se miden experimentalmente v_f y t_f , se obtiene el valor de la fuerza $F_{1/2}$. Conocido el valor de $F_{1/2}$, si se mide la distancia s_2 recorrida por el bloque 2, será compatible con su valor obtenido de la ec. (2).

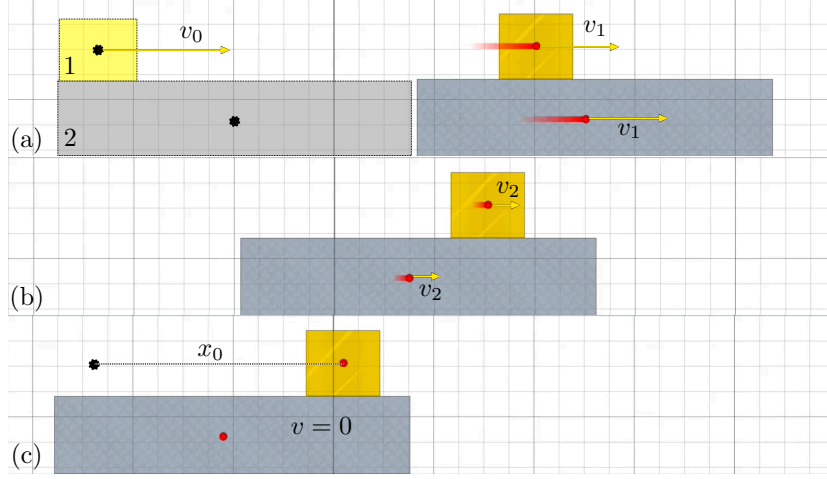


Figura 1: (a) Un bloque 1, de masa m_1 , con velocidad inicial v_0 se mueve sobre otro bloque 2, de masa $m_2 = m_1$. (b) El proceso tiene lugar para $m_2 = 5m_1$. (c) El bloque se deposita sobre el suelo, $m_2 \rightarrow \infty$, con coeficiente de rozamiento μ . Antes de detenerse, el bloque recorre la distancia x_0 .

La ecuación diferencial (2) se denomina ‘relación dinámica complementaria’ de la segunda ley de Newton [11] (circunloquio para indicar que no es una ecuación trabajo-variación de la energía cinética [12]), y se obtiene multiplicando ambos miembros de la ecuación diferencial (1) por v_2 e integrando, con $ds_2 = v_2 dt$ y $v_2 dv_2 = \frac{1}{2} dv_2^2$.

Para el bloque 1, se tienen las ecuaciones

$$m_1 dv_1 = -F_{1/2} dt \rightarrow m_1 v_f = F_{1/2} t_f \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} m_1 dv_1^2 = F_{1/2} ds_1 \rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -F_{1/2} s_1, \quad (4)$$

donde s_1 es el desplazamiento del centro de masas del bloque 1 hasta alcanzar la velocidad v_f , y la ecuación diferencial (4) es la relación dinámica complementaria de la segunda ley de Newton ec. (3).

Sistema compuesto. Movimiento del centro de masas Leyes de Newton Para un sistema extenso – formado por n cuerpos, de masa m_n y velocidad v_n –, su momento lineal $p = \sum_n m_n v_n$ es igual al momento de su centro-de-masas $p_{cm} = M v_{cm} = p$, siendo $M = \sum_n m_n$ la masa y v_{cm} la velocidad del centro-de-masas. La segunda ley de Newton aplicada al sistema conjunto es $\sum_n F_n^{\text{ext}} = M a_{cm}$ [13]. Desarrollando esta ecuación, siendo $F^{\text{ext}} = (\sum_n F_n^{\text{ext}})$ la fuerza resultante,

$$F^{\text{ext}} dt = M dv_{cm}, \quad (5)$$

$$F^{\text{ext}} dx_{cm} = \frac{1}{2M} dp_{cm}^2 = \frac{1}{2} M dv_{cm}^2. \quad (6)$$

donde $dK_{\text{cm}} = \frac{1}{2}Mdv_{\text{cm}}^2$ es la variación de la energía cinética del centro-de-masas del sistema [14]. La ec. (6) es la ecuación dinámica complementaria de la ec. (5).

Para un sistema formado por varios elementos, la energía cinética del centro-de-masas K_{cm} no es, en general, igual a la energía cinética total del sistema K , que es la suma de K_{cm} más la energía cinética interna K^{int} o relativa al centro de masa del sistema

$$K = \sum_n \frac{1}{2}m_n v_n^2 = K_{\text{cm}} + K^{\text{int}}, \quad (7)$$

$$K_{\text{cm}} = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2, \quad K^{\text{int}} = \sum_n \frac{1}{2}m_n(v_n - v_{\text{cm}})^2. \quad (8)$$

Con la ecuación de conservación del momento lineal [igual a la suma de las ecs. (1) y (3)], pues no hay fuerzas externas aplicadas sobre el sistema,

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2)v_f \rightarrow v_f = \frac{m_1 v_0}{m_2 + m_1}, \quad (9)$$

se obtiene la velocidad final v_f .

El desplazamiento del centro-de-masas dx_{cm} no es, en general, el desplazamiento de las fuerzas, y el producto $(\sum_n F_n^{\text{ext}})dx_{\text{cm}}$ no es, en general, un trabajo. La ecuación dinámica complementaria (6) se conoce también como ecuación del pseudo-trabajo [13] o ecuación (de la variación de la energía cinética) del centro-de-masas [15].

Para los bloques 1 y 2, $\sum_n F_n^{\text{ext}} = 0$, y $dv_{\text{cm}} = 0$ ($dx_{\text{cm}} \neq 0$) con

$$dK_{\text{cm}} = \frac{1}{2}Mdv_{\text{cm}}^2 = 0. \quad (10)$$

La energía cinética de cada bloque varía, pero ni el momento lineal del sistema 1+2 ni la energía cinética de su centro-de-masas varían.

De la ecuación de la variación de la energía cinética del sistema 1+2, suma de las ecs. (2) y (4), se tiene

$$\Delta K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 - \frac{1}{2}m_1 v_0^2 = -F_{1/2}(s_1 - s_2), \quad (11)$$

donde $s_1 - s_2 = s$ es el desplazamiento del bloque 1 respecto del 2. Nótese que $\Delta K = \Delta K^{\text{int}}$. Sustituyendo el valor de v_f obtenido en (9), se tiene

$$\Delta K^{\text{int}} = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_0^2 = -F_{1/2} s. \quad (12)$$

Primera ley de la termodinámica. En un experimento de laboratorio, con un sensor de temperatura se comprueba que el bloque varía su temperatura – cerca de la superficie en contacto con el otro bloque – en el proceso. Con un sensor de radiación infrarroja se comprueba

que en la zona de contacto de las superficies de los dos bloques se emite radiación infrarroja, radiación térmica, a mayor temperatura que el entorno.

Para sistemas extensos en movimiento en campos de fuerza externos, y con r formas de energía interna, cuyo centro-de-masas se desplaza, la primera ley de la termodinámica se escribe como [16]

$$\Delta K_{\text{cm}} + \Sigma_r \Delta U_r = \Sigma_k W_k^{\text{ext}} + W_{\text{ds}} + Q. \quad (13)$$

El término $\Delta K_{\text{cm}} = \Delta p^2/2M$ se obtiene de la relación dinámica complementaria de la segunda ley de Newton.

La variación de la energía interna $\Delta U = \Sigma_r \Delta U_r$ está compuesta por diferentes términos: variación de la energía cinética interna (que incluye la energía cinética de rotación, que se obtiene de las ecuaciones de rotación [17]), variación de la energía térmica $\Delta U(T)$, energía interna relacionada con las variaciones de la temperatura, variación de la energía química interna [18], por ejemplo.

Al término del trabajo de las fuerzas externas $W^{\text{ext}} = \Sigma_k W_k^{\text{ext}}$ contribuyen las fuerzas externas que realizan trabajo – que puede ser positivo o negativo –, la gravitatoria, por ejemplo, con $W_k^{\text{ext}} = F_k dx_k$ donde dx_k es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza F_k [14]. En termodinámica, para un sistema hidrostático, con ecuación térmica de estado $T = T(P, V)$, el trabajo de configuración δW es el producto de una variable intensiva ($-P$) por el diferencial de su variable conjugada extensiva dV , con $\delta W = -PdV$, siendo P y V ambas variables de estado del sistema. El trabajo de configuración puede ser positivo o negativo. El obtenido en un ciclo termodinámico se acumula en algún tipo de energía potencial o fuente de trabajo y puede ser intercambiado con la fuente de trabajo en procesos reversibles [19].

Las definiciones de trabajo en mecánica y de trabajo de configuración termodinámico son equivalentes, $\delta W = Fdx = -PdV$ [20].

El término de trabajo disipativo W_{ds} incorpora la energía mecánica intercambiada por el sistema que puede ser caracterizada por variables mecánicas macroscópicas que no describen el estado del sistema, que no intervienen en su ecuación térmica de estado. Por ejemplo, en el experimento de la rueda de paletas de Joule [17], el trabajo disipativo cedido al líquido $W_{\text{ds}} = mgh$ se caracteriza como el producto del peso $G = mg$ por la altura h que desciende, siendo la altura una magnitud que no describe el estado del sistema.

Este tipo de trabajo disipativo, realizado sobre el sistema por una fuente de trabajo disipativo, es siempre positivo y el proceso irreversible: se puede ceder al sistema por una fuente de trabajo disipativo pero no se puede extraer como tal del sistema [21].

La energía mecánica que se pierde por fricción también se describe como un trabajo disipativo a través de variables macroscópicas, en este

caso realizado por el sistema sobre su entorno. Este trabajo disipativo es negativo y el proceso es irreversible: el sistema lo cede a su entorno pero no puede recuperarlo (afirmación que se intenta demostrar aquí).

En los procesos no adiabáticos, para que se cumpla en general la ecuación (13), se admite que existe un intercambio de energía Q entre el sistema y su entorno debido a diferencias de temperaturas, intercambio no caracterizado por variables mecánicas. Esta energía transferida se denomina calor (definición de Born del calor [29]). El calor puede ser positivo o negativo y puede ser intercambiado con focos térmicos en procesos reversibles [22].

El proceso entre los dos bloques se admite que es tal que la temperatura T del bloque 1 permanece igual a la temperatura del entorno, y que la energía mecánica disipada es emitida por calor. La variación de la energía interna del sistema es igual a la variación de la energía cinética interna de los bloques, $\Delta U = \Delta K^{\text{int}}$. Por el primer principio de la termodinámica, aplicado al sistema conjunto de los dos bloques, se tiene que

$$\Delta K^{\text{int}} = W^{\text{ext}} + Q. \quad (14)$$

Con ΔK^{int} dado por la ec. (12) y en ausencia de fuerzas externas aplicadas al sistema conjunto, $W^{\text{ext}} = 0$, se tiene

$$-\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_0^2 = Q = -F_{1/2} s. \quad (15)$$

La energía mecánica disipada, igual a la variación de la energía cinética del sistema, se cede al foco térmico por calor.

La variación de entropía del universo, es igual a la suma de la variación de entropía del sistema más la variación de entropía del foco térmico, $\Delta S_{\text{U}} = \Delta S + \Delta S_{\text{F}}$. Considerado que la temperatura de los bloques no varía, $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0$, y para el incremento de entropía del universo se obtiene $T \Delta S_{\text{U}} = -Q = F_{1/2} s > 0$: el proceso es irreversible.

Si los bloques son finitos, la fuerza $F_{1/2}$ es distinta de $\mu m_1 g$, indicando que esta fuerza no es, propiamente hablando, una fuerza de rozamiento. A esta fuerza contribuyen fuerzas microscópicas de origen electrostático, elástico, por ejemplo [2]. El producto $W_{1/2}^{\text{ef}} = F_{1/2} s_2$ es el trabajo, efectivo, realizado por el bloque 1 sobre el bloque 2. Sin embargo, $W_{2/1}^{\text{ef}} = F_{1/2} s_1 \neq W_{1/2}^{\text{ef}}$. No toda la energía cinética que pierde 1 se transforma en energía cinética de 2. Las ecs. (2) y (4), no son ecuaciones trabajo-variación de la energía cinética, son ecuaciones del pseudo-trabajo [15]. El producto $W_{\text{ds}} = F_{1/2} s$ cuantifica la energía cinética macroscópica disipada en el proceso, sin indicar en qué clase de energía se ha convertido. Con la primera ley de la termodinámica se obtiene que

la energía mecánica perdida se ha disipado por calor $Q = -F_{1/2}s$, que este proceso aumenta la entropía del universo y que es irreversible.

Para masas $m_1 = m_2$ [Fig. 1(a)] ambos bloques se mueven con velocidad final $v_f = v_0/2$ y la mitad de la energía cinética inicial se ha disipado por calor, $Q = -m_1 v_0^2/4$.

Si la masa $m_2 > m_1$ [Fig. 1(b)], la velocidad final del conjunto disminuye, la transferencia de energía cinética entre el 1 y 2 es menos eficiente, el bloque 2 adquiere menos momento lineal y se disipa más energía mecánica que en el caso anterior.

Suelo infinito. Fuerza de rozamiento. Si el bloque 2 se convierte en suelo, para $m_2 \rightarrow \infty$ [Fig. 1(c)], las interacciones electrostáticas, elásticas, entre superficies no varían la energía cinética macroscópica del suelo. El bloque 1 transfiere su energía cinética macroscópica inicial a una forma de energía microscópica desorganizada, con momento lineal nulo. Esta energía terminará disipándose por calor, $Q = -m_1 v_0^2/2$.

La fuerza entre bloque y suelo se considera que es rozamiento del tipo Amontons-Coulomb [2]. En este caso, la fuerza de la interacción entre el bloque 1 y suelo es $F_R = \mu m_1 g$ y la energía mecánica disipada por calor es $Q = -\mu m_1 g x_0$ [23].

La energía mecánica disipada no depende del coeficiente de rozamiento. Una energía potencial depende de una magnitud mecánica, la altura sobre el suelo, la longitud de un muelle, por ejemplo. Esto no sucede con la fuerza de rozamiento F_R , evidencia de que la fuerza de rozamiento – propiamente dicha, la que se establece entre un cuerpo finito y otro infinito –, no realiza trabajo.

La ecuación de la primera ley de la termodinámica (13) aplicada al proceso, $\Delta K^{\text{int}} + \Delta U(T) = W_{\text{ds}} + Q$ se interpreta de la siguiente manera. ~~El sistema es el bloque.~~ Cuando el bloque, **que es el sistema**, recorre la distancia x_0 antes de detenerse, la energía mecánica disipada $\Delta E_{\text{ds}} = -\mu m_1 g x_0$ se divide inicialmente en dos partes. Una parte $\Delta U_{\text{ds}} = \mu m_1 g x_{\text{ef}}^{(\text{b})}$, donde $x_{\text{ef}}^{(\text{b})}$ es una distancia efectiva, va a aumentar la energía interna del bloque, relacionada con movimientos mecánicos microscópicos, de oscilación, por ejemplo, de las asperitas de la superficie del propio bloque; otra parte $W_{\text{ds}} = -\mu m_1 g x_{\text{ef}}^{(\text{s})}$ (negativa respecto del bloque), relacionada con las oscilaciones microscópicas de las asperitas del suelo, con $x_{\text{ef}}^{(\text{b})} + x_{\text{ef}}^{(\text{s})} = x_0$. Tanto ΔU_{ds} como W_{ds} son magnitudes sin significado físico, pues las distancias efectivas $x_{\text{ef}}^{(\text{b})}$ y $x_{\text{ef}}^{(\text{s})}$ no se pueden medir directamente. Aunque estas energías mecánicas microscópicas se han descrito, están desorganizadas y su momento lineal total es nulo [25], no pueden medirse.

Si se consideran las asperitas como pequeños osciladores, la suma de la energía mecánica acumulada en estos osciladores, caso de poder ser medida, sería ΔU_{ds} para el bloque y W_{ds} para el plano [1].

Finalmente, si el proceso se considera lento, bloque y plano emiten energía por radiación térmica al foco térmico que forma su entorno (como fotones con distribución de Planck de frecuencias, con momento lineal nulo), volviendo a su temperatura inicial. La energía mecánica disipada por la fuerza de rozamiento se emite por calor, $Q = -\mu m_1 g x_0$, incrementando la entropía del universo en $\Delta S_U = \mu m_1 g x_0 / T$. Esta descripción es operativa desde un punto de vista termodinámico.

En este proceso de bloque deslizando sobre suelo, $(\mu m_1 g) x_0$ es la cuantificación de la energía mecánica disipada por calor y no es un trabajo, es un pseudo-trabajo. La fuerza de rozamiento no realiza trabajo de configuración sobre el suelo, no hay energía potencial acumulada en el mismo.

Bloque sobre superficie con rozamiento. Formalismo Lagrangiano. Para este proceso, con momento lineal del bloque $p = m_1 v$, el hamiltoniano es

$$H(x, p) = \frac{p^2}{2m_1}. \quad (16)$$

En (16) no aparece un término de energía asociado a la fuerza de rozamiento, pues no existe un potencial mecánico, o fuente de trabajo [19], relacionado con esta fuerza.

La segunda ecuación de Hamilton aplicada al hamiltoniano (16),

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H(x, p)}{\partial x} = 0 \neq -\mu m_1 g, \quad (17)$$

no permite obtener la ecuación correcta de la segunda ley de Newton para el proceso. Para obtener la ecuación de la segunda ley de Newton correcta hay que completar la ec. (17) como

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H(x, p)}{\partial x} + \frac{dp_R}{dt}, \quad (18)$$

$$\frac{dp}{dt} = -\mu m_1 g, \quad (19)$$

introduciendo *ad hoc* la fuerza de rozamiento F_R o el flujo de momento lineal (negativo) $dp_R/dt = -F_R$.

A partir de la ec. (19) se obtiene la ecuación dinámica complementaria (pseudo-trabajo), o ecuación del centro-de-masas. Multiplicando ambos miembros de la ec. (19) por v se obtiene

$$m_1 v dv = -\mu m_1 g v dt \rightarrow \frac{1}{2} m_1 dv^2 = -\mu m_1 g dx. \quad (20)$$

Integrando, se obtiene la ecuación del pseudo-trabajo

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -\mu m_1 g x_0. \quad (21)$$

La relación (21) es una relación dinámica correcta para el bloque, pero no es una relación entre energías, sino que está estrechamente relacionada con el momento lineal [27].

Bloque sobre superficie. Primera ley de la termodinámica.

La descripción anterior no tiene en cuenta los aspectos termodinámicos del proceso. La ec. (13) de la primera ley de la termodinámica aplicada al proceso descrito en la Fig. 1(c),

admitiendo que el trabajo disipativo se emite al entorno por calor, es [24]

$$-\frac{1}{2}m_1v_0^2 = Q. \quad (22)$$

Comparando las ecs. (21) y (21), ambas correctas, se tiene para el calor disipado a lo largo del proceso [28]

$$Q = -\mu m_1 g x_0 < 0. \quad (23)$$

Para la variación de entropía del universo (bloque más foco térmico), se tiene $\Delta S_U = \Delta S + \Delta S_F$, con

$$\Delta S_U = \Delta S_F = \frac{m_1 g x_0}{T} > 0. \quad (24)$$

El incremento positivo de la entropía del universo es la demostración de que el proceso es termodinámicamente irreversible [29, p. 166]: no es posible lanzar el bloque hacia atrás con velocidad v_0 y, tomando calor del entorno, hacerlo volver hasta su posición inicial $x = 0$. Para el proceso también se tiene [23]

$$T\Delta S_U = \mu m_1 g x_0, \quad (25)$$

donde $W_{\text{pr}} = \mu m_1 g x_0$, es el trabajo que se podría haber obtenido y que se ha perdido [29, pp. 161-163].

Relación entre el hamiltoniano y la variación de entropía.

Para este proceso se puede obtener una interesante relación entre la variación temporal del hamiltoniano y la tasa de producción de entropía del universo. Con las relaciones (para el proceso isoterma)

$$dH(x, v) = \frac{1}{2}m_1 dv^2, \quad (26)$$

$$\frac{1}{2}m_1 dv^2 = -\mu m_1 g dx, \quad (27)$$

$$TdS_U = \mu m_1 g dx. \quad (28)$$

se obtiene [30]

$$\frac{dH(x, v)}{dt} = -T \frac{dS_U}{dt} = -F_R v < 0. \quad (29)$$

La ec. (29) expresa la interpretación termodinámica del incremento de entropía del universo en un proceso. El incremento de entropía del universo en un proceso, multiplicado por la temperatura del foco térmico que rodea el sistema, es igual al trabajo mecánico (de configuración) perdido durante el proceso.

Fuerza de rozamiento y segunda ley de la termodinámica. Si se dice que sobre el bloque, al deslizar, la fuerza de rozamiento realiza un trabajo (negativo), eso significaría que ese trabajo se habría acumulado en alguna fuente de trabajo (en algún tipo de ‘mecanismo’ elástico, por ejemplo), aumentando el valor de la energía mecánica total del bloque en su interacción con el suelo y con menor incremento de la entropía del universo que el dado por la ec. (29) – evolucionando en contra del denominado principio del mínimo de la energía potencial [31, Ch. 4] (principio que es, en realidad, el principio de máximo incremento de la entropía del universo).

En ese supuesto, cuando el bloque fuera lanzado hacia atrás por el suelo, esta energía acumulada en la fuente de trabajo (el ‘mecanismo’) se la devolvería, consiguiéndose que el bloque retrocediera ‘ayudado’ por la fuerza de rozamiento. En esta descripción las fuerzas microscópicas de la interacción entre las superficies del bloque y el plano se habrían organizado espontáneamente, habrían producido energía mecánica macroscópica a partir de interacciones electrostáticas microscópicas. De acuerdo con la ec. (29), si $dH(x, v) > 0$, disminuye la entropía del universo, $dS_U < 0$, violándose la segunda ley de la termodinámica.

La ec. (29) permite entender la razón última de que la fuerza de rozamiento no realice trabajo: la imposibilidad de violar la segunda ley de la termodinámica. Si pensamos que en la frontera entre las superficies del bloque y del plano la naturaleza ‘explora’ posibilidades de realizar trabajo con la fuerza de rozamiento, suma de muchas fuerzas microscópicas de carácter electrostático, la misma ‘comprueba’ que todas ellas infringen la segunda ley de la termodinámica.

Si en la ecuación de la primera ley de la termodinámica (22) para el descenso, se asignase trabajo de configuración negativo a las fuerzas de rozamiento, se pondría, por ejemplo

$$-\frac{1}{2}m_1v_0^2 = -\mu m_1 g x_r + \hat{Q}, \quad (30)$$

$$\hat{Q} = -\frac{1}{2}m_1v_0^2 + \mu m_1 g x_r. \quad (31)$$

donde x_r sería un desplazamiento efectivo de la fuerza de rozamiento, y $\hat{W}_r = -\mu m_1 g x_r$ el trabajo de rozamiento negativo, igual al aumento de una energía potencial (del ‘mecanismo’) $\Delta E_r = +m_1 g x_r$, asociada a esta fuerza. La ec. (31) indica que se ha cedido al entorno un calor $\hat{Q}$ menor que en ausencia del ‘trabajo de rozamiento’.

Por tanto, el incremento de entropía del universo en este supuesto $\Delta\hat{S}_U = -\hat{Q}/T$ es menor que en el caso anterior (en ausencia de este ‘trabajo de rozamiento’). En este supuesto, la entropía del universo no ha aumentado el máximo posible. La energía potencial total no alcanza su valor mínimo posible.

La interpretación ‘trabajo de rozamiento’ es equivalente a admitir que el hamiltoniano del proceso es de la forma

$$H(x, v) = \frac{1}{2}m_1v^2 + \mu m_1g(x - x_c), \quad (32)$$

donde $(x - x_c) = x_r$, es una distancia efectiva. Aunque con este hamiltoniano se obtiene la ecuación impulso-variación del momento lineal correcta

$$\frac{d(m_1v)}{dt} = -\frac{\partial H(x, v)}{\partial x} \rightarrow m_1\frac{dv}{dt} = -\mu m_1g, \quad (33)$$

no existe un potencial $V_r(x) = \mu m_1g(x - x_c)$ tal que $F_r = -dV_r(x)/dx$. A su vez, de hacerse esta interpretación, cuando el bloque se lance hacia atrás sobre el plano, esta energía potencial acumulada va a aplicar una fuerza tal que ‘ayudará’ al bloque a moverse.

Conclusión. Lo que da idea de lo organizada macroscópicamente que está la energía de un cuerpo, y lo baja que es su entropía, no es su energía cinética sino su momento lineal o la velocidad de su centro-de-masas. Por eso la relación dinámica complementaria es más una ecuación del momento lineal que de la energía [32].

Definido el trabajo de configuración δW como el producto ‘fuerza-desplazamiento’ de una fuerza F (o presión $-P$) por el desplazamiento dx de su punto de aplicación (o por su variación de volumen dV) ($\delta W = Fdx = -PdV$)[33], se concluye que la fuerza de rozamiento que se establece entre un cuerpo finito y otro infinito (el suelo, la atmósfera, por ejemplo) no realiza trabajo [34]. Si se asigna trabajo de configuración a una fuerza de rozamiento, se infringe, no la primera ley de la termodinámica sobre la energía, sino la segunda ley de la termodinámica sobre la entropía.

Obtenida para una fuerza de rozamiento tipo Amontons-Coulomb, esta conclusión es válida para cualquier fuerza de rozamiento.

Referencias

- [1] Besson U, Borghi L, De Ambrosis A and Mascheretti P *How to teach friction: Experiments and models Am. J. Phys.* **75** 1106–1113 (2007)
- [2] James Ringlein, Mark O. Robbins, *Understanding and illustrating the atomis origins of friction*, Am. J. Phys. **72** 884-891 (2004)

- [3] U Besson, *Work and energy in the presence of friction: the need for a mesoscopic analysis*, Eur. J. Phys. **22** 613-622 (2001)
- [4] A. B. Arons, *Development of energy concepts in introductory physics courses*, Am. J. Phys. **67**, 1063-1067 (1999)
- [5] John W. Jewett, JR *Energy and the Confused Student I: Work*, Phys. Teach. **46**, 38-43 (2008)
- [6] J Güémez, M Fiolhais, *From mechanics to thermodynamics: analysis of selected examples*, Eur. J. Phys. **34** 345-357 (2013)
- [7] Herman Erlichson, *Are microscopic pictures part of macroscopic thermodynamics?*, Am. J. Phys. **54**, 665 (1986)
- [8] J Güémez, *Notas de Clase. Sobre trabajo y fuerza de rozamiento*, Revista Española de Física **31** (2) Abril-junio pp. 29-33 (2017)
- [9] R. P. Bauman, *Physics that textbook writers usually get wrong. III. Forces and vectors*, Phys. Teach. **30**, 402-407 (1992)
- [10] J. Güémez, M. Fiolhais, *Dissipation effects in mechanics and thermodynamics*, Eur. J. Phys. **37** (2016) 045101 (15pp)
- [11] C A de Sousa, *Nonrigid systems: mechanical and thermodynamic aspects*, Eur. J. Phys. **23** No 4 (July 2002) 433-440
- [12] R. P. Bauman, *Physics that textbook writers usually get wrong. I. Work*, Phys. Teach. **30**, 264-269 (1992)
- [13] C M Penchina, *Pseudowork-energy principle*, Am. J. Phys. **46**, 295-296 (1978)
- [14] A J Mallinckrodt, H. S. Leff, *All about work*, Am. J. Phys. **60** 356-365 (1992)
- [15] B A Sherwood, *Pseudowork and real work*, Am. J. Phys. **51**, 597-602 (1983)
- [16] John W. Jewett, JR , *Energy and the Confused Student IV: A global approach to energy*, Phys. Teach. **46**, 210-217 (2008)
- [17] J Güémez, M. Fiolhais, *Thermodynamics of rotating systems – selected examples*, Eur. J. Phys. **35** (2014) 015013
- [18] J Güémez, M. Fiolhais, *Thermodynamical asymmetries in whirling, jumping and walking*, Eur. J. Phys. **34** (2014) 035008 (10pp)
- [19] J Anacleto, *Work reservoirs in thermodynamics*, Eur. J. Phys. **31** 617-624 (2010)

- [20] John W. Jewett, Jr. Jewett's response, *Phys. Teach.* **46** 260-261 (2008), Valentin Voroshilov, On a definition of work, *Phys. Teach.* **46** 260 (2008)
- [21] Joaquim Anacleto, Mario G Pereira and J M Ferreira, *Dissipative work in thermodynamics*, *Eur. J. Phys.* **32** 37-47 (2011)
- [22] R. P. Bauman, *Physics that textbook writers usually get wrong. II. Heat and energy*, *Phys. Teach.* **30**, 353-356 (1992)
- [23] J Güémez, *Conceptos y juguetes. Fuerzas que no realizan trabajo*, *Revista Española de Física* **27** (3) Julio-septiembre pp. 59-61 (2013)
- [24] H Erlichson, *Internal energy in the first law of thermodynamics*, *Am. J. Phys.* **52**, 623-625 (1984)
- [25] B A Sherwood, W H Bernard, *Work and heat transfer in the presence of sliding friction*, *Am. J. Phys.* **52**, 1001-1007 (1984)
- [26] Clifford Swartz, *Problematic primer*, *Phys. Teach.* **43** L2-L3 (2005)
- [27] A. B. Arons, *Developing the energy concepts in introductory physics*, *Phys. Teach.* **27**, 506-517 (1989)
- [28] H. S. Leff, A. J. Mallinckrodt, *Stopping objects with zero external work: Mechanics meets thermodynamics*, *Am. J. Phys.* **61**, 121-127 (1993)
- [29] C. Fernández-Pineda, S. Velasco, *Fundamentos de Termodinámica*, Ed. Síntesis, Madrid 2013
- [30] J. Güémez, M. Fiolhais, *Principles of time evolution in classical physics*, *Eur. J. Phys.* **39** (2018) 045010 (10pp)
- [31] Don. S. Lemons, *Perfect Form. Variational Principles, Methods, and Applications in Elementary Physics*, Princeton University Press, Princeton 1997
- [32] J. Güémez, *Teoría Especial de la Relatividad. Mecánica y Termodinámica*, Editorial de la Universidad de Cantabria, Santander (ES) (2019)
- [33] R C Hilborn, *Let's ban Work from physics*, *Phys. Teach.* **38** 447 (2000)
- [34] Clifford Swartz, *Why use the work-energy theorem*, *Am. J. Phys.* **72** 1145 (2004) 1p